

ALGORITHMES DE TRI : EXERCICES

"Testing shows the presence, not the absence of bugs"

E. W. Dijkstra



1. SÉLECTION : LA PREUVE PAR L'INVARIANT

```
1 def triSelection(liste):
2     n=len(liste)
3     for i in range(n):
4         indice_min=i
5         for j in range(i+1,n):
6             if liste[j]<liste[indice_min]:
7                 indice_min=j
8         liste[i],liste[indice_min]=liste[indice_min],liste[i]
9     return liste
```

Reprenons le code du tri par sélection. Le but de l'exercice est de montrer que cet algorithme fonctionne par analyse de son invariant de boucle qui s'exprime ainsi : **La liste `liste[0:i+1]` est triée en ordre croissant.**

- a) **Initialisation** : Montrez que l'invariant est vrai avant l'entrée dans la boucle et donc avant d'exécuter la première itération.

.....

.....

- b) **Conservation** : Prouvez que l'invariant est conservé par une itération de boucle. Pour cela : on suppose que l'invariant est vrai **avant l'itération i** de boucle puis on montre que l'invariant est toujours vrai **après l'itération i** (et donc vrai avant l'itération i+1).

.....

.....

.....

.....

- c) **Terminaison** : On utilise le fait que l'invariant soit vrai en sortie de la boucle principale pour montrer la *correction partielle* de l'algorithme :

.....

.....

2. LES HARICOTS DE GRIES

Dans les années 1970, Dijkstra propose ce petit jeu : Une boîte de conserve contient une certaine quantité B de haricots blancs et une certaine quantité N de haricots noirs. On réalise les opérations suivantes :



```
TANT QUE il reste au moins deux haricots dans la boîte
  On tire au hasard deux haricots
  SI ils sont de la même couleur
    on les jette
    on met un haricot noir dans la boîte*
  SINON
    on jette le haricot noir
    on replace le haricot blanc dans la boîte
```

* on suppose qu'on dispose d'une réserve suffisante de haricots noirs

On cherche à savoir quelle sera **la couleur du dernier haricot qui reste dans la boîte.**

a) Pour vous aider à répondre aux questions suivantes, complétez ce tableau :

	Au début	Si on tire deux blancs	Si on tire deux noirs	Si on tire un blanc et un noir
Nombre haricots noirs	$N \leftarrow$	$N \leftarrow$	$N \leftarrow$
Nombre haricots blancs	$B \leftarrow$	$B \leftarrow$	$B \leftarrow$
Nombre total dans la boîte	$N+B$

b) Montrez que le jeu se termine toujours.

.....

c) Cherchez la *propriété qui reste invariante* tout au long du jeu.

.....

.....

d) A l'aide de cette propriété, pouvez-vous dire la *couleur du dernier haricot* dans la boîte ?

.....

.....

.....

.....