

EXERCICE III. QUELLE TENEUR EN CUIVRE DANS UNE PIÈCE DE 5 CENTIMES D'EURO ?

1. Étalonnage

1.1. (1) Dans le cas où une solution absorbe dans un seul domaine de longueur d'onde, sa couleur perçue est la **couleur complémentaire** de celle des radiations absorbées.

Ainsi, une solution d'ions cuivre (II) est de couleur **bleu-vert** car elle **absorbe** principalement dans le **rouge** (entre 647 et 850 nm).

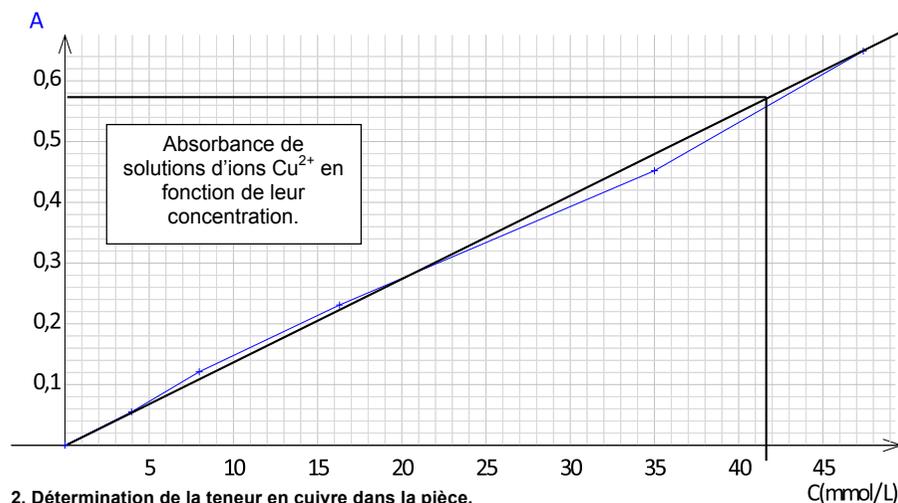
De même, une solution d'ions fer (III) est de couleur **jaune-vert** car elle **absorbe** principalement dans le **violet** (entre 400 et 424 nm).

Rq : la solution absorbe encore davantage en dessous de 400 nm, c'est-à-dire dans l'ultraviolet (UV), ce qui n'a pas d'influence sur la couleur visible.

En travaillant à 800 nm, on est sûr que les ions **fer (III) n'absorbent** pas la lumière et donc que l'absorbance mesurée est **uniquement due aux ions cuivre (II)**.

1.2. (1,75) Lorsque la loi de Beer-Lambert est vérifiée, l'absorbance de la solution est proportionnelle à la concentration de l'espèce colorée : **A = k.c**.

En traçant la courbe A=f(concentration), on obtient une **droite passant par l'origine**, ce qui correspond bien à une situation de proportionnalité.



2. Détermination de la teneur en cuivre dans la pièce.

2.1. (1) **Méthode 1** : On trace la droite moyenne passant au plus près de tous les points expérimentaux. On lit l'abscisse du point d'ordonnée $A = 0,575$. On obtient une concentration en ions Cu^{2+} d'environ **$[\text{Cu}^{2+}] = 42 \text{ mmol.L}^{-1}$** (précision limitée due à une lecture graphique).

D'après l'équation de la réaction : $n(\text{Cu})_{\text{ini}} = n(\text{Cu}^{2+})_{\text{finale}}$

$$\frac{m(\text{Cu})}{M(\text{Cu})} = [\text{Cu}^{2+}]_{\text{finale}} \cdot V$$

$$m(\text{Cu}) = [\text{Cu}^{2+}]_{\text{finale}} \cdot V \cdot M(\text{Cu}) \text{ où } V \text{ est le volume de la solution } S_2.$$

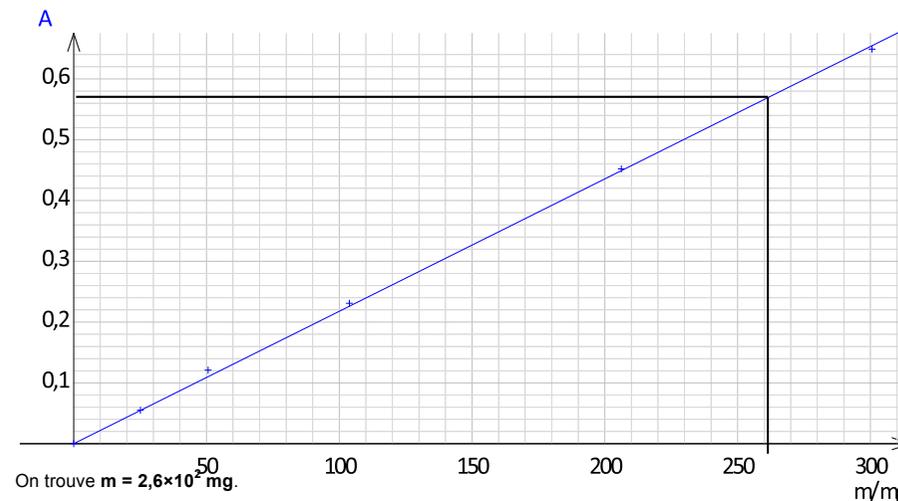
$$m(\text{Cu}) = 42 \times 10^{-3} \times 0,100 \times 63,5 = 0,2667 \text{ g, soit avec deux chiffres significatifs } m(\text{Cu}) = 2,7 \times 10^2 \text{ mg.}$$

Cette valeur est cohérente avec celles obtenues par les élèves et présentées dans le tableau du 3..

Méthode 2 :

La concentration en ions cuivre (II) est proportionnelle à la masse de cuivre utilisée (conservation de la matière) et aussi à l'absorbance (loi de Beer-Lambert) donc la masse de cuivre utilisée est proportionnelle à l'absorbance.

On trace la droite d'étalonnage $A = f(\text{masse de cuivre})$ pour lisser les erreurs et on fait une lecture graphique.



On trouve $m = 2,6 \times 10^2 \text{ mg}$.

2.2. (0,75) D'après l'énoncé, une pièce de 5 centimes d'euros a une masse de **3,93 g**.

La teneur massique en cuivre est donc $T = \frac{m(\text{Cu})}{m_{\text{pièce}}}$

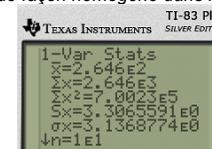
$$T = \frac{2,6 \times 10^2 \times 10^{-3}}{3,93} = 0,066 = 6,6 \%$$

Rq : cette valeur peut sembler faible, mais le cuivre n'est pas réparti de façon homogène dans la pièce mais uniquement à sa surface.

3. Incertitude

3.1. (0,75) En utilisant les fonctions statistiques de la calculatrice :

moyenne : $\bar{m} = 264,6 \text{ mg}$ et écart-type expérimental : $\sigma_{n-1} = 3,3$.



L'incertitude élargie sur la moyenne est : $U(\bar{m}) = k \cdot \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$ avec $k = 2$ pour un intervalle de confiance de 95 %

$$\text{AN : } U(\bar{m}) = 2 \times \frac{3,3}{\sqrt{10}} = 2,087 \text{ mg} = 2 \text{ mg (on ne garde qu'un seul chiffre significatif sur l'incertitude).}$$

3.2. (0,75) L'incertitude porte sur les mg, donc on arrondit \bar{m} au mg également.

$$m = \bar{m} \pm U(\bar{m})$$

$m = 265 \pm 2 \text{ mg}$ ou $263 \text{ mg} < m < 267 \text{ mg}$ avec un niveau de confiance de 95%.