Exercices : Satellites et champs électrique

I) PERIODES DE REVOLUTION

1) A l´aide de la troisième loi de Képler et des données, déterminez la période de révolution de Jupiter et de Saturne.
2) Dans l´approximation circulaire, on peut écrire : $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M_S}$. En déduire une estimation de la masse du soleil.

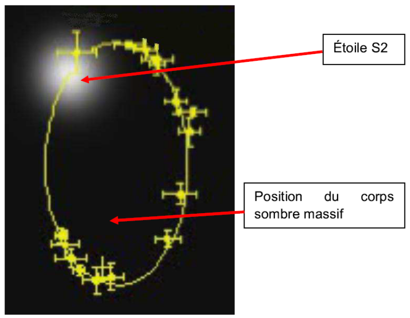
II) UN TROU NOIR AU CENTRE DE LA GALAXIE (extrait)

Document : Un trou noir massif au centre de la galaxie.

Depuis plusieurs années les astronomes tournent le regard vers le centre de notre galaxie, soupçonné d'abriter un trou noir extrêmement massif. C'est une technique nouvelle, l'optique adaptative, qui a permis une percée décisive dans ce domaine de recherche. La finesse des images obtenues en infrarouge sur le Very Large Télescope (VLT situé au Chili), a rendu possible la détermination des orbites d'étoiles appartenant à un amas très dense autour du centre galactique. L'orbite d'une étoile particulière a permis de démontrer l'existence d'un trou noir de 3 à 4 millions de masses solaires.

Le centre de notre galaxie.
Le voyageur qui se dirigerait vers le centre de notre galaxie serait sans doute frappé par la densité des étoiles autour de lui : un million de fois plus grande que dans la région de notre Soleil. Cette densité d'étoiles, il ne la soupçonnait pas quand il levait son regard dans cette direction du ciel, depuis la Terre : un voile opaque de grains de poussière submicroniques lui dissimulait totalement le cœur de la galaxie. En infrarouge cependant, la longueur d'onde devient nettement plus grande que la taille des particules de poussière et les ondes électromagnétiques peuvent se propager plus facilement.

La traque du trou noir en infrarouge.
Certaines étoiles très proches du centre galactique sont suivies depuis plusieurs années par une équipe internationale.
Les premières mesures ont révélé que ces étoiles décrivent des trajectoires elliptiques, ce qui implique effectivement qu'un objet sombre de plusieurs millions de masses solaires doit résider dans un volume très petit au centre de la galaxie. Il s'agissait là d'un premier résultat important.
La chance a voulu que d'une part l'une des étoiles surveillées - dénommée S2 - est passée au plus proche du centre de masse durant cette période et que, d'autre part, cette approche s'est faite à une distance remarquablement petite : seulement 17 heures-lumière.
Le fait que la trajectoire soit restée purement képlérienne[1] a ainsi permis d'éliminer définitivement toute possibilité que la masse de quelques millions de masses solaires soit sous forme d'un amas dense stellaire sombre. En effet la taille de toutes ces structures est bien plus grande que les 17 heures-lumière de la distance d'approche. Seule reste la possibilité du trou noir très massif.



Données numériques :

Constante de gravitation universelle :
$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ m^3.s^{-2}.kg^{-1}$

Masse du soleil :
$M_S = 2{,}0 \times 10^{30}$ kg

Célérité de la lumière dans le vide :
$c = 3{,}00 \times 10^8\ m.s^{-1}$

Une heure-lumière est la distance parcourue par la lumière dans le vide en une heure.

(1) Képlérienne : qui suit les lois de Kepler.

1. Mise en évidence de l'existence du trou noir.

Énoncer la première loi de Kepler et, à partir de celle-ci, expliquer comment la détermination de la trajectoire de l'étoile S2 a permis de justifier l'existence d'un trou noir très massif au centre de la galaxie.

2. Estimation de la masse du trou noir.

Pour déterminer un ordre de grandeur de la masse M du trou noir, on considère dans cette question que l'étoile S2, de masse m, décrit une orbite circulaire de rayon r = 132 heures-lumière, la période de révolution étant T = 15,2 ans.

2.1 Schématiser la trajectoire de l'étoile S2 et représenter, en plusieurs points de la trajectoire, l'étoile, son vecteur vitesse, son vecteur accélération.

2.2 Montrer que la valeur v de la vitesse de l'étoile S2 a pour expression : $v = \sqrt{\frac{G.M}{r}}$.

2.3 En déduire l'expression de la période de révolution T de l'étoile.

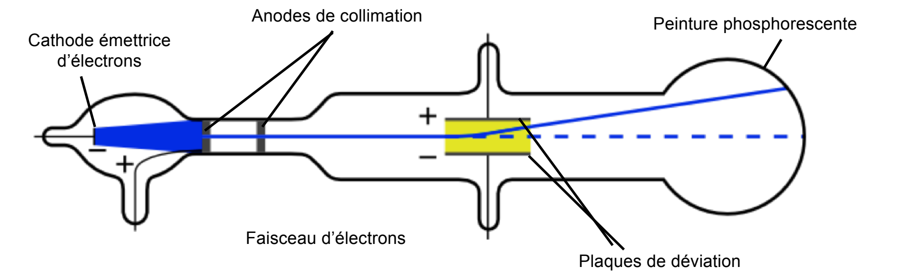
2.4 Déterminer la valeur de la masse M du trou noir et la comparer à celle annoncée dans le document 1.

III) LA CHARGE DE L´ELECTRON

<u>Document 1</u> : La deuxième expérience de Thomson

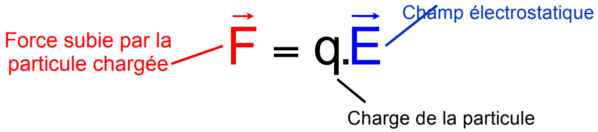
Le physicien anglais Joseph John Thomson utilisa un tube à vide, dans lequel une cathode émet des électrons. Ceux-ci sont accélérés dans un champ électrostatique créé par des anodes de collimation. À la sortie de ces anodes, les électrons forment un faisceau très étroit. Ce faisceau passe ensuite entre deux plaques métalliques de charges opposées. Les électrons, soumis à un nouveau champ électrostatique, sont alors déviés de leur trajectoire et viennent frapper un écran constitué d'une couche de peinture phosphorescente.

Tube utilisé par Thomson pour montrer la déviation de particules chargées par un champ électrostatique :



<u>Document 2</u> : Création d'un champ électrostatique
Deux plaques métalliques horizontales portant des charges opposées possèdent entre elles un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ caractérisé par :
- <u>sa direction</u> : perpendiculaire aux plaques
- <u>son sens</u> : de la plaque chargée positivement vers la plaque chargée négativement.

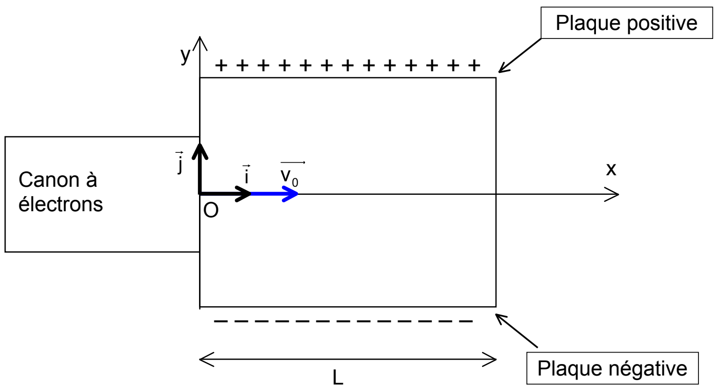
Document 3 : **Force électrostatique subie par une particule chargée dans champ électrique $\vec{E}$**



Pour un électron : q = - e ; e étant la charge élémentaire.

Document 4 : **Expérience de laboratoire ; détermination du rapport e/m pour l'électron**

Le montage ci-dessous reprend le principe de la deuxième expérience de Thomson. Il comporte un tube à vide dans lequel un faisceau d'électrons est dévié entre deux plaques de charges opposées. On mesure la déviation verticale du faisceau d'électrons lors de la traversée des plaques sur une longueur L, afin de déterminer la valeur du rapport e/m.



Données de l'expérience :

Les électrons sortent du canon à électrons avec une vitesse $v_0 = 2{,}27 \times 10^7$ m.s^{-1}.

Le faisceau d'électrons passe entre les deux plaques chargées et est dévié d'une hauteur h quand il sort des plaques.

L'intensité du champ électrostatique entre les deux plaques est : E = 15,0 kV.m^{-1}.

La longueur des plaques est : L = 8,50 cm.

On fait l'hypothèse que le poids des électrons est négligeable par rapport à la force électrostatique $\vec{F}$.

1. Détermination du caractère négatif de la charge de l'électron par J.J. Thomson.

1.1. À l'aide du **document 2**, représenter sur **L'ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE** le vecteur correspondant au champ électrostatique $\vec{E}$. On prendra l'échelle suivante : 1,0 cm pour 5,0 kV.m^{-1}.

1.2. *J.J. Thomson a observé une déviation du faisceau d'électrons vers la plaque métallique chargée positivement (**voir document 1**).*
Expliquer comment J.J. Thomson en a déduit que les électrons sont chargés négativement.

1.3. À l'aide du **document 3**, donner la relation entre la force électrostatique $\vec{F}$ subie par un électron, la charge élémentaire e et le champ électrostatique $\vec{E}$. Montrer que le sens de déviation du faisceau d'électrons est cohérent avec le sens de $\vec{F}$.

2. Détermination du rapport e/m pour l'électron.

2.1. En appliquant la deuxième loi de Newton à l'électron, montrer que les relations donnant les coordonnées de son vecteur accélération sont : $a_x = 0$ et $a_y = \frac{eE}{m}$

2.2. On montre que la courbe décrite par les électrons entre les plaques admet pour équation : $y = \frac{eE}{2mv_0^2}x^2$

À la sortie des plaques, en x = L, la déviation verticale du faisceau d'électrons par rapport à l'axe (Ox) a une valeur h = 1,85 cm.

2.2.1. En déduire l'expression du rapport $\frac{e}{m}$ en fonction de E, L, h et v_0.

2.2.2. Donner la valeur du rapport $\frac{e}{m}$.

2.2.3. *On donne ci-dessous les valeurs des grandeurs utilisées, avec les incertitudes associées :*

$v_0 = (2{,}27 \pm 0{,}02) \times 10^7$ m.s^{-1} ;
$E = (15{,}0 \pm 0{,}1)$ kV.m^{-1} ;
$L = (8{,}50 \pm 0{,}05)$ cm ;
$h = (1{,}85 \pm 0{,}05)$ cm ;

L'incertitude du rapport $\frac{e}{m}$, notée $U\left(\frac{e}{m}\right)$, s'exprime par la formule suivante :

$$U\left(\frac{e}{m}\right) = \frac{e}{m}\sqrt{\left[\left(\frac{U(h)}{h}\right)^2 + \left(\frac{U(E)}{E}\right)^2 + 4\left(\frac{U(v_0)}{v_0}\right)^2 + 4\left(\frac{U(L)}{L}\right)^2\right]}$$

Calculer l'incertitude $U\left(\frac{e}{m}\right)$, puis exprimer le résultat de $\left(\frac{e}{m}\right)$ avec cette incertitude.

ANNEXE :