DEVOIR DE PHYSIQUE n°2 CORRECTION

PREMIER EXERCICE: SATURNE, TITAN ET PAN

1) $\vec{F}_{S/T} = G \times \frac{M_S \times M_T}{{r_T}^2} \times \vec{u}_n$

2) Titan n´est soumis qu´à la force $\vec{F}_{S/T}$. Dans le référentiel « saturnocentrique », on peut appliquer la **deuxième loi de Newton** à Titan :

$\Sigma \vec{F}_{ext} = M_T \times \vec{a} = \vec{F}_{S/T}$ donc : $M_T \times \vec{a} = G \times \frac{M_S \times M_T}{{r_T}^2} \times \vec{u}_n$. On a : $\vec{a} = G \times \frac{M_S}{{r_T}^2} \times \vec{u}_n$

3) Dans l´approximation circulaire, les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{u}_n$ sont donc colinéaires et donc l´accélération est centripète. Or, dans la base de Frénet, le vecteur accélération s´écrit: $\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_t = \frac{dV}{dt} \\ a_n = \frac{V^2}{r_T} \end{array} \right.$

Comme l´accélération est centripète : $a_t=0$ donc :

$a_t = \frac{dV}{dt} = 0$

V est constante donc le mouvement est uniforme.

4) L´accélération étant centripète, elle se réduit à sa composante normale : $a = a_n = \frac{V^2}{r_T}$ or, $a = G \times \frac{M_S}{{r_T}^2}$ (première question). Donc : $\frac{V^2}{r_T} = G \times \frac{M_S}{{r_T}^2}$ et enfin : $V = \sqrt{\frac{G \times Ms}{r_T}}$

5) $V = \frac{2\Pi \times r_T}{T_T}$ donc : $T_T = \frac{2\Pi \times r_T}{V}$

On remplace par l´expression de V : $T_T = \frac{2\Pi \times r_T}{\sqrt{G \times Ms}} \times \sqrt{r_T} = 2\Pi \times \sqrt{\frac{{r_T}^3}{G \times Ms}}$

En élevant cette expression au carré : ${T_T}^2 = \frac{4\Pi^2 \times {r_T}^3}{G \times Ms}$ Et donc : $\frac{{T_T}^2}{{r_T}^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_S}$ qui est bien constante puisque G et Ms sont des constantes.

6)

La relation précédente donne :

$M_S = \frac{4\pi^2}{G \times {T_T}^2} \times {r_T}^3$.

Application numérique (attentions aux unités !):

$M_S = \frac{4\pi^2 \times (1{,}22 \times 10^9)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times (15{,}95 \times 3600 \times 24)^2} = 5{,}66 \times 10^{26} kg$

$V = \sqrt{\frac{G \times Ms}{r_T}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}66 \times 10^{26}}{1{,}22 \times 10^9}} = 5562 m \times s^{-1}$

7) On applique la troisième loi de Kepler : $\frac{{T_P}^2}{{r_P}^3} = \frac{{T_T}^2}{{r_T}^3}$. On a donc : ${T_P}^2 = \frac{{T_T}^2}{{r_T}^3} \times {r_P}^3$ et : $T_P = \sqrt{\frac{{T_T}^2}{{r_T}^3} \times {r_P}^3}$

Application numérique : $T_P = \sqrt{\frac{15{,}95^2}{(1{,}22 \times 10^9)^3} \times (1{,}33 \times 10^8)^3} = 0{,}56 \, jour$

Soit : 13,4 heures. Sur Pan, l´année dure la moitié d´un jour terrestre !

DEUXIEME EXERCICE: GRAVITATION ET FORME DE LA TERRE

1.1 A la surface de la Terre, un objet A subit la force :

$F_{T/A} = G \times \frac{M_T \times M_A}{{R_T}^2}$

Cette force n´est autre que sont poids puisque celui-ci est défini comme la force d´attraction subie à la surface de la Terre. On peut l´écrire :

$P = M_A \times g$

Ces deux forces étant les mêmes, on peut écrire :

$M_A \times g = G \times \frac{M_T \times M_A}{{R_T}^2}$

Après simplification :

$g = G \times \frac{M_T}{{R_T}^2}$

1.2 On trouve : $g=9{,}78 m.s^{-2}$

2) En 1659, Huygens trouve l'expression exacte de la période d'un pendule : $T = 2\Pi \times \sqrt{\frac{L}{g}}$. On remarque qu´elle ne dépend que de la longueur L pendule et de g. Si on maintient la longueur constante, la période subira des petites variations si g n´est pas le même partout.

Le document 2 montre que plus la latitude est importante, plus la longueur du pendule battant la seconde est grande or: $L = \frac{g}{4 \times \Pi^2}$ si T=1s. Donc L et g sont proportionnels, cela signifie que g est plus grand aux pôles qu´à l´équateur.

Or g dépend de la distance au centre de la Terre comme nous montre la formule : $g = G \times \frac{M_T}{{R_T}^2}$

On en déduit qu´on est plus proche du centre de la Terre aux pôles qu´à l´équateur et donc que la Terre est légèrement aplatie aux pôles.