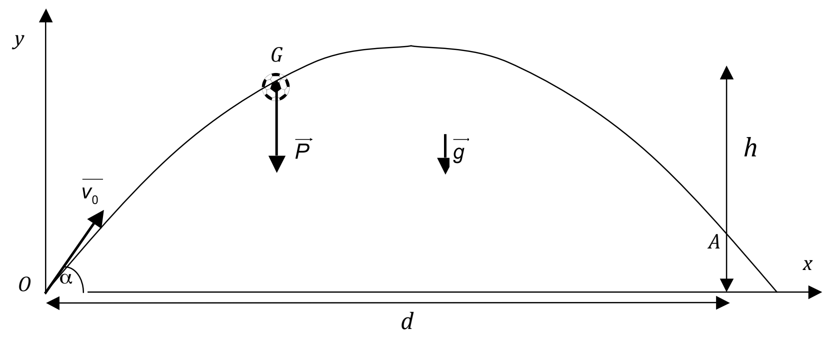
LES TIRS AU BUT: CORRECTION

1) Schématisation du problème :

1.1. Tracer un repère orthonormé (*Ox, Oy*) et représenter, dans ce repère, la situation du pénalty, sans souci d'échelle.



1.2. On note A le point où se situe le ballon lorsqu'il franchit la ligne de but. Quelles conditions doivent vérifier les coordonnées (x_A ; y_A) de ce point pour que le pénalty soit réussi ?

Il doit vérifier les conditions : $x_A = d$ et $y_A < h$

2) Étude dynamique du mouvement du ballon :

2.1. Établir l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ du centre d'inertie du ballon.

Le référentiel est terrestre et considéré comme galiléen.
- Bilan des forces : On néglige toutes les actions dues à l'air, donc l'objet est en chute libre, soumis uniquement à son poids $\vec{P} = m \times \vec{g}$.
- On peut appliquer la deuxième loi de Newton à l'objet pour déterminer les coordonnées du vecteur accélération : $\Sigma \vec{F}_{ext} = m \times \vec{a}$
- Ainsi : $\Sigma \vec{F}_{ext} = m \times \vec{a} = m \times \vec{g}$ donc : $\vec{a} = \vec{g}$

2.2. Établir les équations horaires du mouvement du centre d'inertie G puis montrer que l'équation de la trajectoire du ballon, dans le plan (xOy), peut s'écrire :

$$y(x) = -\frac{g \times x^2}{2 \times V_0^2 \times (\cos\alpha)^2} + \tan\alpha \times x$$

- On projette cette expression sur les axes : $\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{array}\right.$

- Comme $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on obtient les coordonnées du vecteur vitesse:

$$\vec{V}\left|\begin{array}{l} V_x = V_{0x} = V_0 \times \cos\alpha \\ V_y = g \times t + V_{0y} = -g \times t + V_0 \times \sin\alpha \end{array}\right.$$

En intégrant, on obtient enfin les coordonnées du vecteur position: $OA\left|\begin{array}{l} x = V_0 \times \cos\alpha \times t \\ y = -\frac{1}{2} g \times t^2 + V_0 \times \sin\alpha \times t \end{array}\right.$

On remplace l'expression $t = \frac{x}{Vo \times \cos\alpha}$ dans l'équation horaire de y pour obtenir :

$$y = -\frac{g \times x^2}{2 \times V_0^2 \times (\cos\alpha)^2} + \tan\alpha \times x$$

2.3. En exploitant les données et les documents, déterminer si le pénalty décrit en début d'exercice est réussi. Expliquer votre raisonnement.

On calcule y pour x=d=11,0m : $y = -\frac{9,81 \times 11,0^2}{2 \times 11,5^2 \times (\cos 55)^2} + \tan 55 \times 11 = 2,07m$

Cette valeur est inférieure à la hauteur de la barre transversale. Le but est réussi.

2.4. Calculez le temps mis par le ballon pour atteindre la ligne de but.

$t = \frac{x}{Vo \times \cos\alpha}$ ***avec x=d donc :*** $t = \frac{11,0}{11,5 \times \cos 55} = 1,67s$

2.5. À quelle distance de la ligne de but le ballon touche-t-il le sol ?

On doit trouver la valeur de x pour laquelle : $0 = -\frac{g \times x^2}{2 \times V_0^2 \times (\cos\alpha)^2} + \tan\alpha \times x$

On factorise : $0 = x \times \left(-\frac{g \times x}{2 \times V_0^2 \times (\cos\alpha)^2} + \tan\alpha\right)$

On a deux solutions : $x_1 = 0$

Et : $-\frac{g \times x_2}{2 \times V_0^2 \times (\cos\alpha)^2} + \tan\alpha = 0$

Soit : $x_2 = \frac{\tan\alpha \times 2 \times V_0^2 \times (\cos\alpha)^2}{g} = \frac{\sin\alpha \times 2 \times V_0^2 \times \cos\alpha}{g} = 12,7m$

La ballon touche le sol à 12,7-11,0=1,7m de la ligne de but.

3) Arrêt de volée:

Lors de la finale de la coupe du monde 1998, le gardien de l´équipe de France Fabien Barthez, a bien failli rentrer dans les buts après avoir stoppé un tir puissant du défenseur central brésilien.
En utilisant la *conservation de la quantité de mouvement*, calculez la vitesse de l´ensemble (ballon/Fabien Barthez) après que, immobile devant sa ligne, il ait stoppé le ballon animé d´une vitesse : $v_1=20 m.s^{-1}$
Masse du gardien de but : $m_2=78kg$

On est dans le cas d´un choc avec accrochage donc (faire un dessin) :

$$\Sigma\vec{p}_{avant} = m_1 \times \vec{V}_1$$
$$\Sigma p_{après} = (m_1 + m_2) \times \vec{V}'$$

La loi de conservation implique : $\Sigma\overrightarrow{p}_{avant} = \Sigma\overrightarrow{p}_{après}$.

En projetant sur l´axe: $m_1 \times V_1 = (m_1 + m_2) \times V'$

$$\Leftrightarrow V' = \frac{m_1 \times V_1}{(m_1 + m_2)} = 0{,}16 m \times s^{-1}$$