DEVOIR N°2 : CHIMIE ET NEWTON CORRECTION

EXERCICE 1: LA SPIRULINE

Partie A – Validité d'une méthode de dosage

1. Solution mère : S_0
C_0 = 25,0 mg.L^{-1}
V_0 = ? mL

Solution fille : S_2
C_2 = 5,00 mg.L^{-1}
V_2 = 100 mL

Au cours d'une dilution, la quantité de matière de soluté ne varie pas $n_0 = n_2$
$C_0 \times V_0 = C_2 \times V_2$

Donc : $V_0 = \dfrac{C_2.V_2}{C_0}$ et : $V_0 = \dfrac{5{,}00 \times 100}{25{,}0} = 20{,}0$ mL

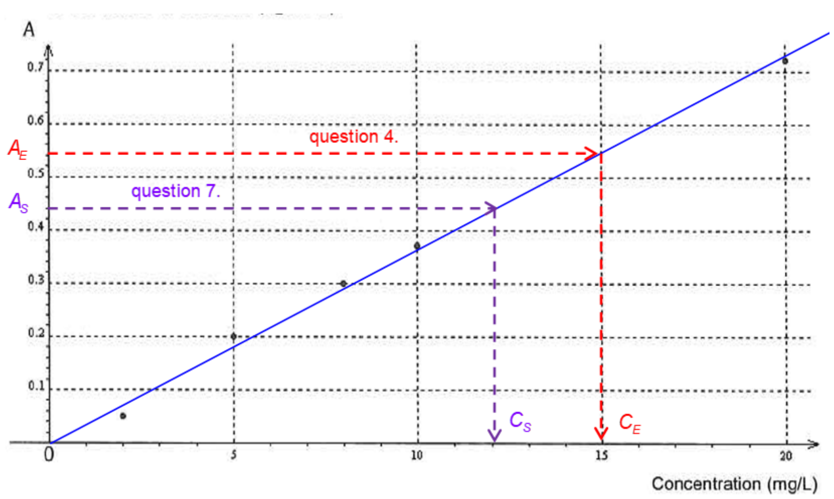
Protocole de dilution :

- on verse de la solution mère dans un bécher ;
- on prélève V_0 = 25,0 mL de solution mère à l'aide d'une pipette jaugée préalablement rincée avec la solution mère ;
- on verse le prélèvement dans une fiole jaugée de 100,0 mL ;
- on complète aux ¾ avec de l'eau distillée, on bouche et on agite pour homogénéiser ;
- on complète au trait de jauge, on bouche et on agite pour homogénéiser.

2. Pour un dosage spectrophotométrique, on choisit la longueur d'onde correspondant au maximum d'absorbance de l'espèce dosée, soit ici λ = 620 nm (cela permet de diminuer l'incertitude relative sur les mesures).

3. Dans le cadre d'un dosage spectrophotométrique, la loi de Beer-Lambert dit que pour une solution diluée, l'absorbance A est proportionnelle à la concentration C de l'espèce colorée : $A = k \times C$.
Cette loi est vérifiée ici car la courbe représentative de $A = f(C)$ est une droite passant par l'origine qui peut être modélisée par une fonction linéaire.

4. On trace la droite passant par l'origine correspondant à la loi de Beer-Lambert et par lecture graphique, on obtient pour $A_E = 0{,}54$, $C_E = 15$ mg.L^{-1} (on se limite à 2 CS, comme pour la valeur de A_E, même si la précision de la lecture permettrait d'écrire $C_E = 15{,}0$ mg.L^{-1}).



Partie B – Contrôle de la qualité de la spiruline

5. Par lecture graphique sur la droite tracée à la question 4., pour $A_S = 0{,}44$, on obtient : $C_S = 12 \text{ mg.L}^{-1}$

.

6. La masse de phycocyanine dans les 50,0 mL de solution S est : $m_S = C_S.V_S$

$m_S = 12 \times 50{,}0 \times 10^{-3} = 0{,}60 \text{ mg}$

Dans 5,0 mg de spiruline déshydratée, il y a donc 0,60 mg de phycocyanine.

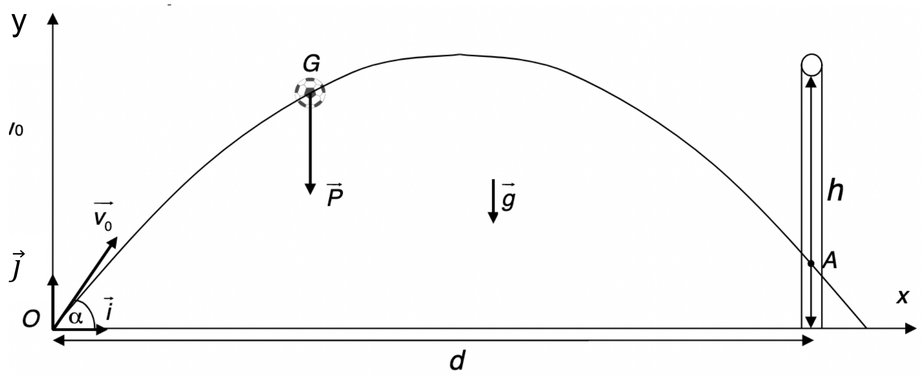
Par proportionnalité, dans 100 g de spiruline déshydratée, il y a donc $\frac{100 \times 0{,}60}{5{,}0}$ = **12 g** de phycocyanine.

Cette valeur est bien comprise entre 10 g et 15 g : le critère de qualité optimale est respecté.

EXERCICE 2: LES TIRS AU BUT

1) Schématisation du problème :

1.1. Tracer un repère orthonormé (*Ox, Oy*) et représenter, dans ce repère, la situation du pénalty, sans souci d'échelle.



1.2. On note A le point où se situe le ballon lorsqu'il franchit la ligne de but. Quelles conditions doivent vérifier les coordonnées (x_A ; y_A) de ce point pour que le pénalty soit réussi ?

Si A est le point où se situe le ballon lorsqu'il franchit la ligne de but, alors le pénalty est réussi si pour $x_A = d$ alors $0 < z_A < h$.

2) Étude dynamique du mouvement du ballon :

Dans cette partie, on étudie le mouvement du centre d'inertie G du ballon en négligeant les forces de frottement de l'air sur le ballon.

2.1. Établir l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ du centre d'inertie du ballon.

Le référentiel est terrestre et considéré comme galiléen.
- Bilan des forces : On néglige toutes les actions dues à l'air, donc l´objet est en chute libre, soumis uniquement à son poids $\sum \vec{F} = \vec{P} = m \times \vec{g}$.
- On peut appliquer la deuxième loi de Newton à l´objet pour déterminer les coordonnées du vecteur accélération : $\sum \vec{F} = m \times \vec{a}$.

- Ainsi : $\cancel{m} \times \vec{a} = \cancel{m} \times \vec{g}$ donc : $\vec{a} = \vec{g}$

2.2. Établir les équations horaires du mouvement du centre d'inertie G puis montrer que l'équation de la trajectoire du ballon, dans le plan (xOy), peut s'écrire :

$$y(x) = -\frac{g \times x^2}{2 \times V_0^{\,2} \times (\cos\alpha)^2} + \tan\alpha \times x$$

- On projette cette expression sur les axes : $\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{array}\right.$

- Comme $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ **, on obtient les coordonnées du vecteur vitesse:** $\vec{v}\left|\begin{array}{l} v_x = v_0 \times \cos\alpha \\ v_y = -gt + v_0 \times \sin\alpha \end{array}\right.$

En intégrant, on obtient enfin les coordonnées du vecteur position:

$$\overrightarrow{OG}\left|\begin{array}{l} x = v_0 \times \cos\alpha \times t + \cancel{x_0} \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \times \sin\alpha \times t + \cancel{y_0} \end{array}\right.$$

L'équation horaire de x donne : $x = v_0 \times \cos\alpha \times t$
Qui s'écrit :

$$t = \frac{x}{v_0 \times \cos\alpha}$$

On remplace cette expression dans l'équation horaire de y pour obtenir après simplifications :

$$y(x) = -\frac{g \times x^2}{2 \times V_0^{\,2} \times (\cos\alpha)^2} + \tan\alpha \times x$$

2.3. En exploitant les données et les documents, déterminer si le pénalty décrit en début d'exercice est réussi.

Le pénalty est réussi si pour x_A = 11,0 m, on a : 0 < y_A < 2,44 m.

Calculons la valeur de y_A lorsque $x=x_A$:

$$y_A = -\frac{g \times x_A^{\,2}}{2 \times V_0^{\,2} \times (\cos\alpha)^2} + \tan\alpha \times x_A$$

Application numérique :

$$y_A = -\frac{9,81 \times 11,0^2}{2 \times 11,5^2 \times (\cos 55)^2} + \tan 55 \times 11,0 = 2,1\mathrm{m}$$

Cette valeur est inférieure à la hauteur de la barre transversale. Le pénalty est réussi.

2.4. Calculez le temps mis par le ballon pour atteindre la ligne de but.

On utilise l'équation : $t = \frac{x}{V_0 \times \cos\alpha}$ **, et on détermine t pour x_A=11,0m**

$$t_A = \frac{11,0}{11,5 \times \cos 55} = 1,67s$$

2.5. Quelle est sa vitesse à cet instant?

Plusieurs méthodes sont possibles. On peut remplacer la valeur de t de la question précédente dans les équations horaires de la vitesse :

$$\overrightarrow{\mathbf{v}_A}\left|\begin{array}{l}\mathbf{v_x} = \mathbf{v_0} \times \mathbf{cos\alpha}.\\ \mathbf{v_y} = -\mathbf{g} \times \mathbf{t}_A + \mathbf{v_0} \times \mathbf{sin\alpha}\end{array}\right.$$

La norme de $\overrightarrow{\mathbf{v}_A}$ **vaut :** $v_A = \sqrt{\mathbf{v_x}^2 + \mathbf{v_y}^2}$ **donc :** $v_A = \sqrt{(\mathbf{v_0} \times \mathbf{cos\alpha})^2 + (-\mathbf{g} \times \mathbf{t}_A + \mathbf{v_0} \times \mathbf{sin\alpha})^2}$

Application numérique : $v_A = \sqrt{(\mathbf{11,5} \times \mathbf{cos55})^2 + (-\mathbf{9,81} \times \mathbf{1,67} + \mathbf{11,5} \times \mathbf{sin55})^2}$

$v_A = \mathbf{9,57}\ \boldsymbol{m.s^{-1}}$

2.6. À quelle distance de la ligne de but le ballon touche-t-il le sol ?

On doit trouver la valeur de x pour laquelle : $\mathbf{0} = -\frac{\mathbf{g \times x^2}}{\mathbf{2 \times V_0{}^2 \times (cos\alpha)^2}} + \mathbf{tan\alpha \times x}$

On factorise : $\mathbf{0} = \mathbf{x} \times (-\frac{\mathbf{g \times x}}{\mathbf{2 \times V_0{}^2 \times (cos\alpha)^2}} + \mathbf{tan\alpha})$

On deux solutions :

x_1=0 (l´abscisse du ballon lors du tir)

La deuxième solution x_2 se trouve en résolvant : $-\frac{\mathbf{g \times x_2}}{\mathbf{2 \times V_0{}^2 \times (cos\alpha)^2}} + \mathbf{tan\alpha} = \mathbf{0}$

On trouve : $\mathbf{x_2} = \frac{\mathbf{tan\alpha \times 2 \times V_0{}^2 \times (cos\alpha)^2}}{\mathbf{g}}$

On peut simplifier avec la définition de la tangente: $\mathbf{x_2} = \frac{\mathbf{sin\alpha \times 2 \times V_0{}^2 \times cos\alpha}}{\mathbf{g}}$

Application numérique : $\mathbf{x_2} = \mathbf{12,7m}$

La ballon touche le sol à 12,7-11,0=1,70m de la ligne de but.