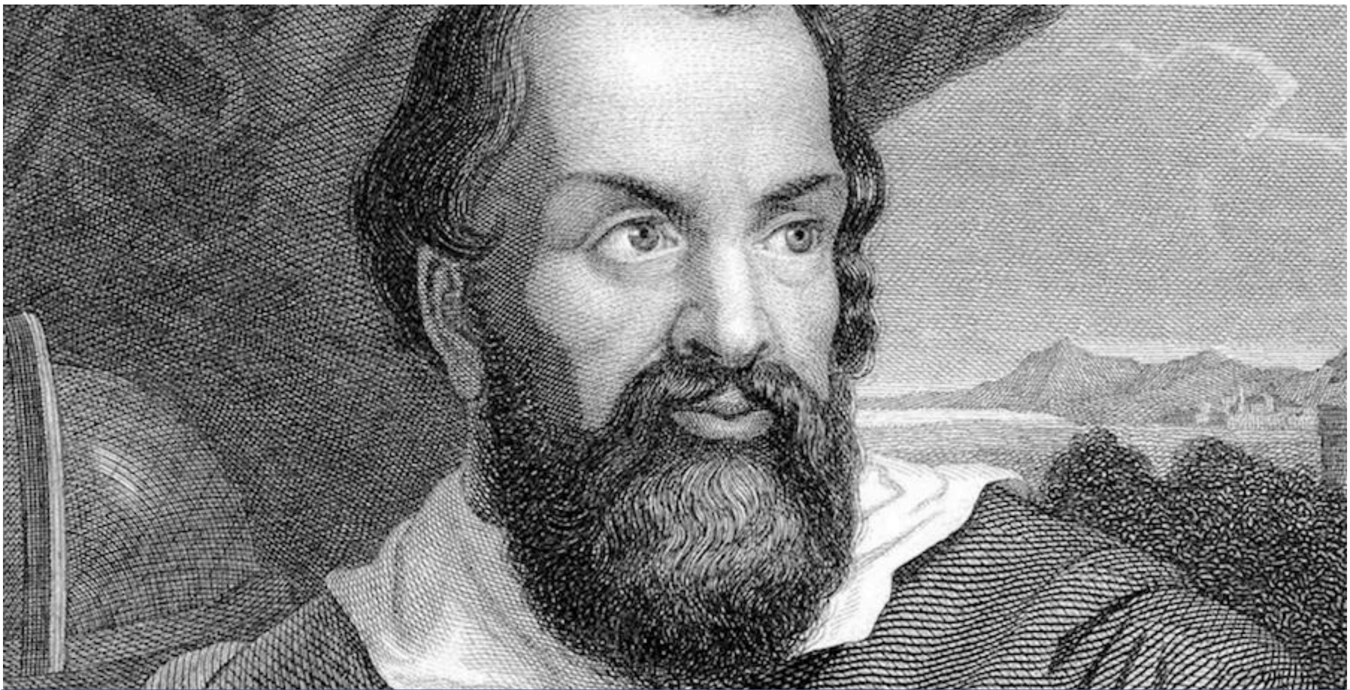
MOUVEMENTS ET INTERACTIONS
CHAPITRE 11 DU LIVRE

Physique Chimie | 01

CORRIGÉ

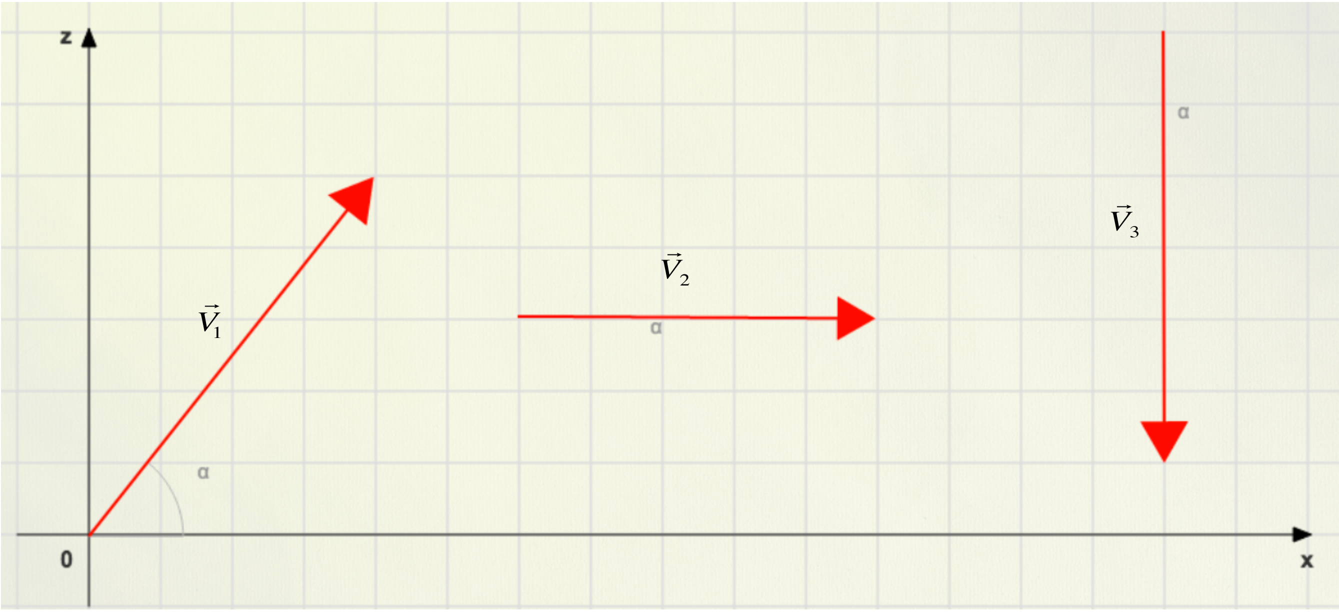


ETUDE DE MOUVEMENTS

[Frédéric PEURIERE]

Notions abordées en classe de première:
Vecteur position, vecteur vitesse, variation du vecteur vitesse, notion de référentiel

PREMIERE PARTIE: RAPPELS SUR LES VECTEURS ET LA DERIVEE



Trois vecteurs sont représentés dans le repère $(O,\vec{i},\vec{k})$

1) Coordonnées d'un vecteur:

Donnez les coordonnées de chacun des trois vecteurs dans ce repère:

$\vec{V_1}\begin{vmatrix} V_{1x} = 4 \\ V_{1z} = 5 \end{vmatrix}$ $\vec{V_2}\begin{vmatrix} V_{2x} = 5 \\ V_{2z} = 0 \end{vmatrix}$ $\vec{V_3}\begin{vmatrix} V_{3x} = 0 \\ V_{3z} = -6 \end{vmatrix}$

2) Norme d´un vecteur:

D´une manière générale, la norme d´un vecteur $\vec{V}$ s´écrit: $V = \sqrt{V_x^2 + V_z^2}$

En effet: $V^2 = V_x^2 + V_y^2$ *(triangle rectangle)*

3) Projection d´un vecteur sur un axe:

Si un vecteur $\vec{V}$ fait un angle α avec l´axe (O,x), on peut écrire ses coordonnées en fonction de sa norme et de l´angle α:

$$\vec{V}\begin{vmatrix} V_x = V \times \cos\alpha \\ V_z = V \times \sin\alpha \end{vmatrix}$$

4) Dérivée d´un vecteur:

Si le vecteur $\vec{V}$ est **en mouvement** dans ce référentiel, ses coordonnées **varient dans le temps**. Le vecteur $\frac{d\vec{V}}{dt}$ est un vecteur qui décrit les variations de $\vec{V}$. Ses coordonnées s´écrivent:

$$\frac{d\vec{V}}{dt}\left|\begin{array}{l}\dfrac{dV_x}{dt}\\[2ex]\dfrac{dV_z}{dt}\end{array}\right.$$

Application: Un vecteur est décrit par ses coordonnées: $\vec{V}\left|\begin{array}{l}V_x = 2\times t+1\\ V_z = 0\end{array}\right.$

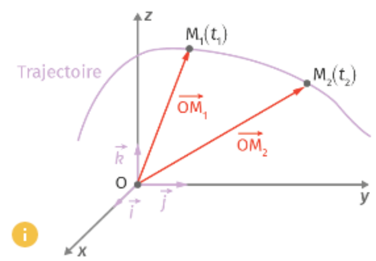
Déterminez les coordonnées du vecteur dérivé:

$$\frac{d\vec{V}}{dt}\left|\begin{array}{l}\dfrac{dV_x}{dt}=2\\[2ex]\dfrac{dV_y}{dt}=0\end{array}\right.$$

DEUXIEME PARTIE: POSITION, VITESSE ET ACCELERATION

Dans l´espace à **trois dimensions**, la position d´un point M est représentée par le vecteur position $\overrightarrow{OM}_t$ dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Si il est en mouvement, ses coordonnées dépendent du temps.

Doc. 2 **Vecteur position**



La position du point M évolue au cours du temps : la trajectoire se dessine peu à peu.

1) Le vecteur position:

Ses coordonnées s´écrivent:

$$\overrightarrow{OM}_t\left|\begin{array}{l}x_t\\ y_t\\ z_t\end{array}\right.$$

2) Le vecteur vitesse:

C´est le vecteur qui représente les variations du vecteur $\overrightarrow{OM}_t$. C´est donc son **vecteur dérivé** par rapport au temps. Comme nous l´avons vu, on peut l´écrire: $\vec{v}_t = \frac{d\overrightarrow{OM}_t}{dt}$

Ses coordonnées s´écrivent:

$$\vec{v}_t \left| \begin{array}{l} v_x = \dfrac{dx}{dt} \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} \\ v_z = \dfrac{dz}{dt} \end{array} \right.$$

Rappel: le vecteur vitesse est toujours **tangent à la trajectoire** et **dans le sens du mouvement**.

3) Le vecteur accélération:

Si le vecteur vitesse varie dans le temps, le vecteur qui représente sa variation est le vecteur **accélération**: $\vec{a}_t = \frac{d\vec{v}_t}{dt}$.

Et comme la vitesse est elle même la dérivée de la position, on peut aussi écrire: $\vec{a}_t = \frac{d\vec{v}_t}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}_t}{d^2t}$ L'accélération est la **dérivée seconde** de la position.

Ses coordonnées s´écrivent:

$$\vec{a}_t \left| \begin{array}{l} a_x = \dfrac{dV_x}{dt} = \dfrac{d^2x}{d^2t} \\ a_y = \dfrac{dV_y}{dt} = \dfrac{d^2y}{d^2t} \\ a_z = \dfrac{dV_z}{dt} = \dfrac{d^2z}{d^2t} \end{array} \right.$$

TROISIEME PARTIE: APPLICATIONS

1) Premier mouvement:

Un point M est décrit dans le repère $(O,\vec{i},\vec{k})$ par son vecteur position:

$$\overrightarrow{OM}\left|\begin{array}{l} x_t = t \\ z_t = 2\times t+1 \end{array}\right.$$

Quelle est la position du point M au début du mouvement?

$$\overrightarrow{OM}_0\left|\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ z_0 = 1 \end{array}\right.$$

Donnez les coordonnées des vecteurs vitesse et accélération puis conclure sur la nature du mouvement. **Calculez enfin la valeur de la vitesse du point M.**

Vitesse: $\vec{V}\left|\begin{array}{l} V_x = \dfrac{dx}{dt} = 1 \\ V_z = \dfrac{dz}{dt} = 2 \end{array}\right.$ accélération $\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_x = \dfrac{dV_x}{dt} = 0 \\ a_z = \dfrac{dV_z}{dt} = 0 \end{array}\right.$ Rectiligne et uniforme!

Calcul vitesse: $V = \sqrt{V_x^{\,2} + V_z^{\,2}} = \sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5} \approx 2{,}2$ (m/s)

2) Chute libre:

Un point M est décrit dans le repère $(O,\vec{i},\vec{k})$ par son vecteur position:

$$\overrightarrow{OM}\left|\begin{array}{l} x_t = 2 \\ z_t = -\dfrac{1}{2}\times 9{,}8\times t^2 + 5 \end{array}\right.$$

Quelle est la **position** du point M au début du mouvement?

Lorsque t=0:

$$\overrightarrow{OM}_0 \left| \begin{array}{l} x_0 = 2 \\ z_0 = 5 \end{array} \right.$$

Donnez les coordonnées des **vecteurs vitesse** et **accélération** puis conclure sur la nature du mouvement. Calculez enfin la valeur de l'accélération du point M.

Vitesse: $\vec{V} \left| \begin{array}{l} V_x = \dfrac{dx}{dt} = 0 \\ V_z = \dfrac{dz}{dt} = -9{,}8 \times t \end{array} \right.$ accélération $\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_x = \dfrac{dV_x}{dt} = 0 \\ a_z = \dfrac{dV_z}{dt} = -9{,}8 \end{array} \right.$

LE MOUVEMENT EST RECTILIGNE ET UNIFORMÉMENT ACCÉLÉRÉ

Calcul accélération: $a = \sqrt{0^2 + (-9{,}8)^2} = 9{,}8$ $(\mathrm{m.s^{-2}})$