Physique Chimie 03

MOUVEMENTS ET INTERACTIONS

CHAPITRE 13 DU LIVRE

MOUVEMENTS DES SATELLITES ET DES PLANETES

Notions abordées en classe de première et de seconde :

Trajectoire de la Terre dans un référentiel fixe par rapport aux étoiles, conception géocentrique et conception héliocentrique, référentiel géocentrique, trajectoire de la Lune. Expression de la force gravitationnelle.

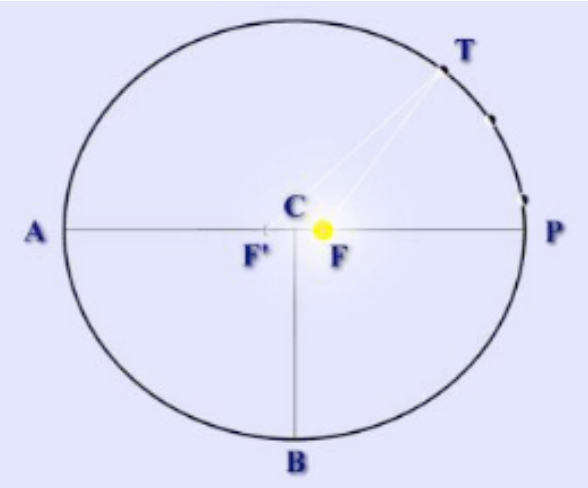
PREMIÈRE PARTIE : LES TROIS LOIS DE KEPLER

PREMIERE LOI (1609):

……………………………………………………

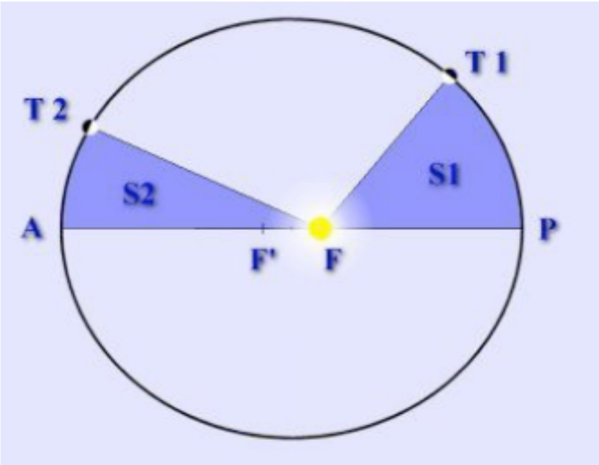
……………………………………………………

……………………………………………………



F et F' : les deux foyers de l'ellipse.
Le Soleil est en F.
C : Centre géométrique de l'ellipse
P : Périhélie   A : Aphélie
T : Terre comme exemple
Deux grandeurs définissent la forme de l'ellipse : son demi grand axe : AC ou CP = a et son excentricité : e = CF / a

DEUXIEME LOI (loi des aires) :



……………………………………………………

……………………………………………………

Cette loi traduit la variation de la vitesse sur l´ellipse. La planète se déplace plus rapidement

Remarque : si la trajectoire est un cercle, la vitesse de la planète est constante.

TROISIEME LOI (1618):

………

………

……………………
……………………
……………………

$$\frac{T^2}{a^3} = K$$

Ce nombre est le même pour toutes les planètes du système solaire

……………………
……………………
……………………

Remarques :
- Le demi grand axe (AC sur le premier schéma) devient le rayon de l´orbite si celle-ci est un cercle.
- Il n´est pas obligatoire de convertir T en secondes et a en mètres. Il suffit que les unités soient cohérentes entre elles.

✐ ***APPLICATION :*** *À l´aide de la troisième loi de Kepler et des données, déterminez la période de révolution de Jupiter et de Saturne.*

Données :
Terre : $T_T = 1{,}00\,an$, $r_T = 1{,}50 \times 10^8\,km$ *(rayon de l´orbite).*
Saturne : $r_S = 1{,}43 \times 10^9\,km$ *Jupiter :* $r_J = 7{,}78 \times 10^8\,km$

....

....

....

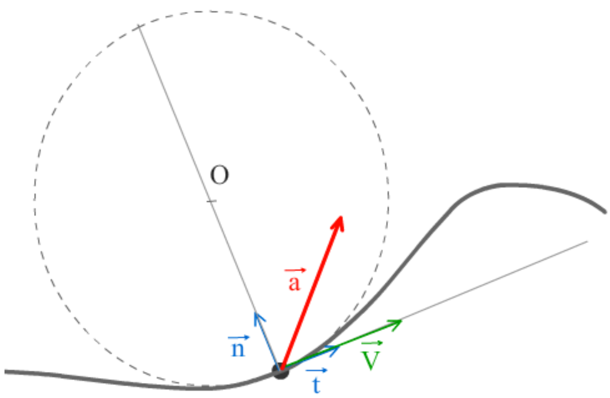
....

....

....

DEUXIÈME PARTIE : LES LOIS DE NEWTON APPLIQUÉES AUX ORBITES CIRCULAIRES

1) <u>La base de Frénet:</u> Comment décrire le mouvement d´un objet sur une trajectoire curviligne?



L´objet représenté sur le schéma ci-dessous suit une trajectoire curviligne. On définit la base de FRÉNET par son centre (la position de l´objet), le vecteur unitaire $\vec{t}$ tangent à la trajectoire et le vecteur $\vec{n}$ perpendiculaire et dirigé vers le point O, le centre du rayon de courbure (cercle pointillé de rayon r).

Remarque : Les vecteurs $\vec{t}$ et $\vec{n}$ sont parfois appelés $\vec{u}_t$ et $\vec{u}_n$

On remarque immédiatement que le vecteur vitesse $\vec{V}$ est tangent à la trajectoire et donc colinéaire à $\vec{t}$
Le vecteur accélération n´étant pas encore connu, il est dessiné ici "au hasard".

Expression du vecteur vitesse dans la base de FRÉNET :

$$\vec{V}\left|\begin{array}{l} V_t = V \\ V_n = 0 \end{array}\right.$$

Expression du vecteur accélération dans la base de FRÉNET :

$$\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_t = \dfrac{dV}{dt} \\ a_n = \dfrac{V^2}{r} \end{array}\right.$$

r est le rayon du cercle pointillé

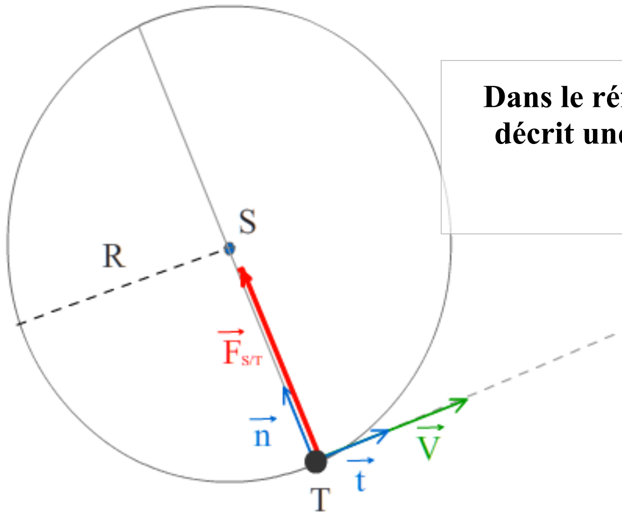
Nous ne démontrerons pas ces deux expressions établies par le mathématicien Jean Frédéric FRÉNET. On se contente de les retenir.

La base de FRÉNET va grandement faciliter l´étude du mouvement des planètes dans le cadre de la deuxième loi de NEWTON que nous allons réaliser maintenant...

2) <u>Référentiel et bilan des forces :</u> Comment décrire le mouvement d´un objet sur une trajectoire curviligne ?

Dans cette étude, nous prendrons l´exemple du mouvement de la Terre autour du Soleil que nous considérerons **toujours comme circulaire**.

Le référentiel d´étude est héliocentrique.



Dans le référentiel héliocentrique, la Terre (T) décrit une trajectoire circulaire (de rayon R) autour du Soleil (S).

Bilan des forces : La Terre de masse M_T n´est soumise qu´à la force gravitationnelle $\vec{F}_{S/T}$ que le Soleil de masse M_S exerce sur elle. Cette force attractive est représentée sur le schéma. Remarquons tout de suite qu´elle est colinéaire à $\vec{n}$.

Cette force étudiée en classe de seconde s´écrit vectoriellement :

....

G est la constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67\times10^{-11}\ m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

3) <u>Expression de l´accélération :</u>

Dans le référentiel héliocentrique, on peut appliquer la **deuxième loi de Newton** à la Terre pour trouver l'expression du vecteur accélération :

....

....

....

....

....

Première conséquence :
On remarque tout de suite que le vecteur accélération de la Terre est <u>colinéaire à $\vec{n}$</u> (vous pouvez le représenter sur le schéma). Il est donc toujours dirigé vers le Soleil, on dit qu´il est **<u>centripète.</u>**

Or, dans la base de FRÉNET, le vecteur accélération s´écrit : $\vec{a}\left| \begin{array}{l} a_t = \dfrac{dV}{dt} \\ a_n = \dfrac{V^2}{R} \end{array} \right.$

Comme l´accélération est centripète : $a_t = 0$ donc : ....

Conséquence: ....

L´accélération de la Terre s´écrit donc : ....

Représentez sans souci d´échelle le vecteur accélération sur le schéma de la page précédente.

4) <u>Expression de la vitesse de la Terre sur son orbite :</u>

....

....

....

....

....

....

....

✐ ***APPLICATION :*** *Montrez que la vitesse de la Terre sur son orbite est d´environ 30km/s*

$M_S = 2{,}0 \times 10^{30}\,kg$, $R = 1{,}50 \times 10^{8}\,km$ *(rayon de l´orbite à convertir en mètre!).*
$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,SI$

....

....

....

....

....

5) <u>Expression de la période de révolution de la Terre :</u>

....

....

....

....

....

....

✐ **APPLICATION 1 :** Montrez que la période de révolution de la Terre est d´un an.

$M_S = 2{,}0 \times 10^{30}\,kg$, $R = 1{,}50 \times 10^{8}\,km$ (Rayon de l´orbite à convertir en mètre!).
G= $6{,}67 \times 10^{-11}$ SI

....

....

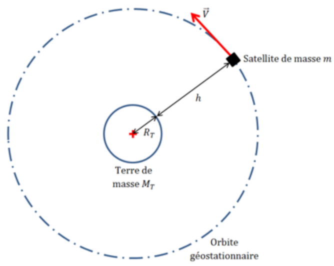
....

....

....

APPLICATION 2 : Quelle doit-être l´altitude d´un satellite *géostationnaire* ?

$M_T = 5{,}97 \times 10^{24} kg$, $R_T = 6\,371\ km$ et $T_T = 23h56min$



……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

………

………

………

………

6) Démonstration de la troisième loi de Kepler :

Élevons l´expression de la période au carré on a : ……………………………………………………

Exprimons maintenant le rapport $\frac{T^2}{R^3}$:

………

………

………

………