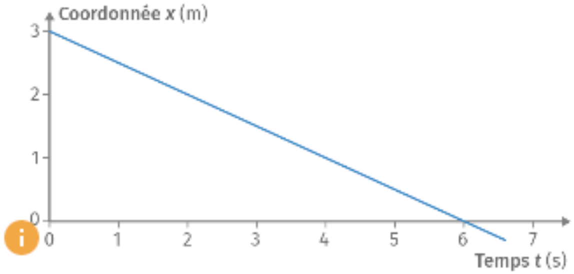
EXERCICES: ETUDE DE MOUVEMENTS
CORRECTION

EXERCICE 22 p.308: POSITION D´ARRET

1. Équation horaire x(t):



On voit que la courbe est une **fonction affine** du temps: $x(t) = a \times t + b$

Avec: b=3 (ordonnée à l´origine)
Déterminons le coefficient directeur:

La droite passe par les points de coordonnées (0,3) et (6,0), on a donc: $a = \dfrac{0-3}{6-0} = -0{,}5$

L´équation de la droite s'écrit donc: $x(t) = -0{,}5 \times t + 3$

2. Équation horaire V_x(t):

Par définition: $V_x(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$

On a donc: $V_x(t) = -0{,}5 m.s^{-1}$. La vitesse du mobile est constante.

3. Le mobile est donc en mouvement **rectiligne et uniforme**.

4. Pour t=10,0s, $x(t) = -0{,}5 \times 10{,}0 + 3 = -2m$

EXERCICE 30 p.311: LANCER DE POIDS

I. Étude de la projection horizontale du mouvement du boulet

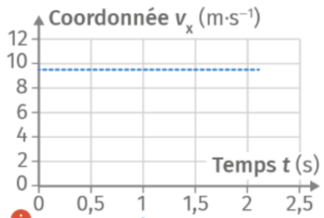


Figure 1

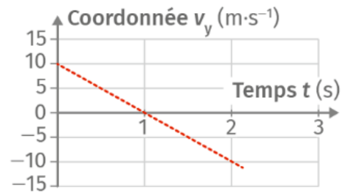


Figure 2

1. D'après la figure 1, v_{0x} = 9,5 m·s^{-1}.

2. On constate que v_x est constante, donc la projection sur l'axe (Ox) correspond à un **mouvement uniforme**.

3. Au sommet de la trajectoire, la composante de la vitesse selon l'axe (Oy) s'annule. Toutefois, comme la composante reste inchangée selon l'axe (Ox), $v_{Sx} = v_{0x}$ = 9,5 m·s^{-1}.

II. Étude des conditions initiales du lancer

1. D'après la figure 2, on peut lire à l'instant initial que v_{0y} = 10 m·s^{-1}.

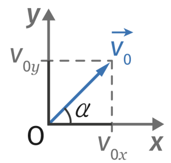
2. On calcule la valeur de la vitesse à l'instant initial, notée v_0 :

$$v_0 = \sqrt{(v_{0x})^2 + (v_{0y})^2}$$

AN : $v_0 = \sqrt{9,5^2 + 10^2} = 13,8$ m·s^{-1}

Cette valeur correspond à la valeur indiquée dans l'énoncé.

D'après la figure:



$\tan\alpha = \dfrac{v_{0y}}{v_{0x}}$ (opposé sur adjacent)

$\alpha = \arctan\dfrac{V_{0y}}{V_{0x}} \approx 46°$

La valeur de α diffère légèrement de celle annoncée dans l'énoncé.

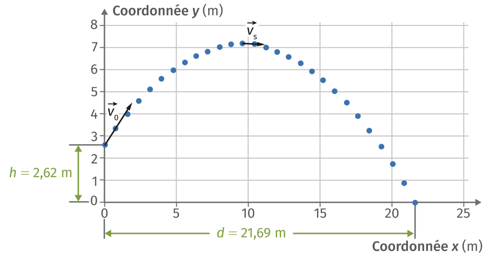
A retenir: lorsqu´on connaît les coordonnées d´un vecteur, on peut trouver α et sa norme grâce aux deux formules utilisées.

III. Étude du vecteur vitesse du boulet

1. Un vecteur vitesse est toujours **tangent à la trajectoire** et **dans le sens du mouvement**. Au sommet de la trajectoire (voir la figure au dessous), le vecteur vitesse a donc une direction horizontale (v_{Sy} est donc nulle), orienté vers la droite, et a pour valeur :

$$v_S = \sqrt{v_{Sx}^2 + v_{Sy}^2}$$
$$v_S = \sqrt{v_{Sx}^2}$$
$$v_S = v_{Sx}$$
$$v_S = 9{,}5 \text{ m·s}^{-1}$$

2.



IV. Étude théorique du mouvement

$$\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{array}\right.$$

1. Comme $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$, on doit chercher **les primitives** des composantes de l´accélération:

Une primitive est toujours connue à une constante près.
Cette constante d´intégration correspond toujours à <u>la valeur de la fonction à l´instant initial</u>.

constante: valeur de v_x à l´instant initial

$$\vec{v}\left|\begin{array}{l} v_x = v_{0x} = v_0 \times \cos\alpha \\ v_y = -g \times t + v_{0y} = -g \times t + v_0 \times \sin\alpha \end{array}\right.$$

constante: valeur de v_y à l´instant initial

2. Les conditions initiales de la position correspondent à x_0 = 0 m et y_0 = h. On effectue également la recherche des primitives des composantes de la vitesse.

constante: valeur de x à l´instant initial (nulle)

$$\overrightarrow{OM}\left|\begin{array}{l} x_t = v_0 \times \cos\alpha \times t + x_0 \\ y_t = -\dfrac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times \sin\alpha \times t + y_0 \end{array}\right.$$

constante: valeur de y à l´instant initial (égale à h)

$$\overrightarrow{OM}\left|\begin{array}{l} x_t = v_0 \times \cos\alpha \times t \\ y_t = -\dfrac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times \sin\alpha \times t + h \end{array}\right.$$

3. On isole t dans l'équation $x(t)$: $x = v_0 \times \cos\alpha \times t$

Donc: $t = \dfrac{x}{v_0 \times \cos\alpha \times t}$

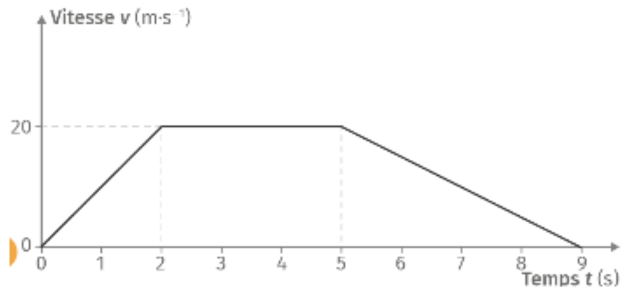
On remplace cette expression de t dans celle de $y(t)$: $y = -\dfrac{1}{2} \times g \times t^2 + v_0 \times \sin\alpha \times t + h$

$$y = -\frac{1}{2} \times g \times \left(\frac{x}{v_0 \times \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \times \sin\alpha \times \frac{x}{v_0 \times \cos\alpha} + h$$

Après simplifications:

$$y = -\frac{g \times x^2}{2 \times v_0 \times (\cos\alpha)^2} + \tan\alpha \times x + h$$

<u>EXERCICE 26 p.310</u>: INTERPRETATIONS GRAPHIQUES



1.

Phase 1: la vitesse augmente proportionnellement au temps. Le mouvement est **rectiligne et uniformément accéléré**.

Phase 2: la vitesse est constante. Le mouvement est **rectiligne et uniforme**.

Phase 3: la vitesse diminue proportionnellement au temps. Le mouvement est **rectiligne et uniformément décéléré**.

2.

Phase 1:

a. On a une droite linéaire. $v_t = a \times t$ avec $a = \frac{20}{2} = 10$. On a donc: $v_t = 10 \times t$

b. Comme $v_t = \frac{dx_t}{dt}$, on cherche **une primitive de** la fonction précédente:

$x_t = \frac{10}{2} \times t^2 + x_0$ (x_0 est la constante d´intégration: **ce que vaut x(t) à l´instant initial,** elle ici nulle).

$x_t = 5 \times t^2$

c. La phase dure deux secondes donc: $d_1 = 5 \times 2^2 = 20m$

d. L´aire correspond à la surface du triangle: $A_1 = \frac{20 \times 2}{2} = 20$

Phase 2:

a. On a une constante: $v_t = a$ avec $a = 20$. On a donc: $v(t) = 20$

b. Comme $v_t = \frac{dx_t}{dt}$, on cherche **une primitive de** la fonction précédente: $x_t = 20 \times t + x_2$

Comme on calcul les distances par rapport au début de chaque phase, on peut considérer que x_2=0.

$x_t = 20 \times t$

c. La phase dure trois secondes donc: $d_2 = 20 \times 3 = 60m$

d. L´aire correspond à la surface du rectangle: $A_2 = 20 \times 3 = 60$

Phase 3:

a. On a une droite linéaire.

On a donc: $v_t = -5 \times t + v_5$ (pour t=5s, le mobile a une vitesse de 20m.s^{-1})

$v_t = -5 \times t + 20$

b. Comme $v_t = \frac{dx_t}{dt}$, on cherche **une primitive de** la fonction précédente:

$x_t = -\frac{5}{2} \times t^2 + 20 \times t$

c. La phase dure quatre secondes donc: $d = -\frac{5}{2} \times 4^2 + 20 \times 4 = 40m$

d. L´aire correspond à la surface du triangle: $A = \frac{20 \times 4}{2} = 40$

3. La distance parcourue est $d=d_1+d_2+d_3$=120m. On remarque que la distance parcourue est égale à la somme des aires calculées.