

DEVOIR DE PHYSIQUE n°2 CORRECTION

PREMIER EXERCICE: SATURNE, TITAN ET PAN

$$1) \vec{F}_{S/T} = G \times \frac{M_S \times M_T}{r_T^2} \times \vec{u}_n$$

2) Titan n'est soumis qu'à la force $\vec{F}_{S/T}$. Dans le référentiel « saturnocentrique », on peut appliquer la **deuxième loi de Newton** à Titan :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = M_T \times \vec{a} = \vec{F}_{S/T} \text{ donc : } M_T \times \vec{a} = G \times \frac{M_S \times M_T}{r_T^2} \times \vec{u}_n. \text{ On a : } \vec{a} = G \times \frac{M_S}{r_T^2} \times \vec{u}_n$$

3) Dans l'approximation circulaire, les vecteurs \vec{a} et \vec{u}_n sont donc **colinéaires** et donc l'accélération est

centripète. Or, dans la base de Frénet, le vecteur accélération s'écrit :
$$\vec{a} \begin{cases} a_t = \frac{dV}{dt} \\ a_n = \frac{V^2}{r_T} \end{cases}$$

Comme l'accélération est centripète : $a_t=0$ donc :

$$a_t = \frac{dV}{dt} = 0$$

V est constante donc le mouvement est uniforme.

4) L'accélération étant centripète, elle se réduit à sa composante normale : $a = a_n = \frac{V^2}{r_T}$ or, $a = G \times \frac{M_S}{r_T^2}$

(première question). Donc : $\frac{V^2}{r_T} = G \times \frac{M_S}{r_T^2}$ et enfin : $V = \sqrt{\frac{G \times M_S}{r_T}}$

$$5) V = \frac{2\Pi \times r_T}{T_T} \text{ donc : } T_T = \frac{2\Pi \times r_T}{V}$$

On remplace par l'expression de V : $T_T = \frac{2\Pi \times r_T}{\sqrt{\frac{G \times M_S}{r_T}}} \times \sqrt{r_T} = 2\Pi \times \sqrt{\frac{r_T^3}{G \times M_S}}$

En élevant cette expression au carré : $T_T^2 = \frac{4\Pi^2 \times r_T^3}{G \times M_S}$ Et donc : $\frac{T_T^2}{r_T^3} = \frac{4\Pi^2}{G \times M_S}$ qui est bien constante puisque G et Ms sont des constantes.

6) La relation précédente donne :

$$M_S = \frac{4\Pi^2}{G \times T_T^2} \times r_T^3.$$

Application numérique (attentions aux unités !):

$$M_S = \frac{4\pi^2 \times (1,22 \times 10^9)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times (15,9 \times 3600 \times 24)^2} = 5,7 \times 10^{26} \text{ kg}$$

$$V = \sqrt{\frac{G \times M_S}{r_T}} = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,66 \times 10^{26}}{1,22 \times 10^9}} = 5562 \text{ m} \times \text{s}^{-1}$$

7) On applique la troisième loi de Kepler : $\frac{T_P^2}{r_P^3} = \frac{T_T^2}{r_T^3}$. On a donc : $T_P^2 = \frac{T_T^2}{r_T^3} \times r_P^3$ et : $T_P = \sqrt{\frac{T_T^2}{r_T^3} \times r_P^3}$

Application numérique : $T_P = \sqrt{\frac{15,9^2}{(1,22 \times 10^9)^3} \times (1,33 \times 10^8)^3} = 0,56 \text{ jour}$

Soit : 13,4 heures. Sur Pan, l'année dure la moitié d'un jour terrestre !

DEUXIEME EXERCICE: GRAVITATION ET FORME DE LA TERRE

1.1 A la surface de la Terre, un objet A subit la force :

$$F_{T/A} = G \times \frac{M_T \times M_A}{R_T^2}$$

Cette force n'est autre que son poids puisque celui-ci est défini comme la force d'attraction subie à la surface de la Terre. On peut l'écrire :

$$P = M_A \times g$$

Ces deux forces étant les mêmes, on peut écrire :

$$M_A \times g = G \times \frac{M_T \times M_A}{R_T^2}$$

Après simplification :

$$g = G \times \frac{M_T}{R_T^2}$$

1.2 On trouve : $g=9,78 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

2) En 1659, Huygens trouve l'expression exacte de la période d'un pendule : $T = 2\Pi \times \sqrt{\frac{L}{g}}$. On remarque qu'elle ne dépend que de la longueur L pendule et de g. Si on maintient la longueur constante, la période subira des petites variations si g n'est pas le même partout.

Le document 2 montre que plus la latitude est importante, plus la longueur du pendule battant la seconde est grande or : $L = \frac{g}{4 \times \Pi^2}$ si T=1s. Donc L et g sont proportionnels, cela signifie que g est plus grand aux pôles qu'à l'équateur.

Or g dépend de la distance au centre de la Terre comme nous montre la formule : $g = G \times \frac{M_T}{R_T^2}$

On en déduit qu'on est plus proche du centre de la Terre aux pôles qu'à l'équateur et donc que la Terre est légèrement aplatie aux pôles.

