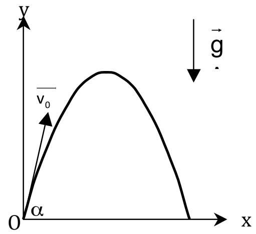
LE RUGBY: CORRECTION

1.1.1 :



Le référentiel est terrestre et considéré comme galiléen.
- Bilan des forces : On néglige toutes les actions dues à l'air, donc l´objet est en chute libre, soumis uniquement à son poids $\vec{P} = m \times \vec{g}$.
- On peut appliquer la deuxième loi de Newton à l´objet pour déterminer les coordonnées du vecteur accélération : $\Sigma\vec{F}_{ext} = m \times \vec{a}$
- Ainsi : $\Sigma\vec{F}_{ext} = m \times \vec{a} = m \times \vec{g}$ donc : $\vec{a} = \vec{g}$

On projette cette expression sur les axes : $\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{array}\right.$

1.1.2 : Comme $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$, on obtient les coordonnées du vecteur vitesse:

$$\vec{V}\left|\begin{array}{l} V_x = V_{0x} = V_0 \times \cos\alpha \\ V_y = g \times t + V_{0y} = -g \times t + V_0 \times \sin\alpha \end{array}\right.$$

En intégrant, on obtient enfin les coordonnées du vecteur position:

$$\overrightarrow{OM}\left|\begin{array}{l} x = V_0 \times \cos\alpha \times t + x_0(=0) \\ y = -\dfrac{1}{2} g \times t^2 + V_0 \times \sin\alpha \times t + y_0(=0) \end{array}\right.$$

1.1.3 : Les expressions : $x(t) = V_0 \times \cos\alpha \times t$ et $y(t) = -\dfrac{1}{2} g \times t^2 + V_0 \times \sin\alpha \times t$ établies à la question précédentes sont compatibles avec les équations données puisque par application numérique:

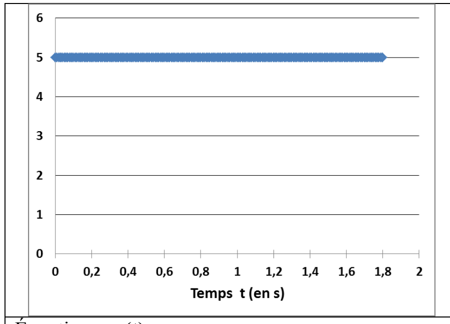
$x(t) = V_0 \times \cos\alpha \times t = 10{,}0 \times \cos 60 \times t = 5{,}0 \times t$

$y(t) = -\dfrac{1}{2} g \times t^2 + V_0 \times \sin\alpha \times t = -\dfrac{1}{2} 9{,}81 \times t^2 + 10{,}0 \times \sin 60 \times t = -4{,}901 \times t^2 + 8{,}66 \times t$

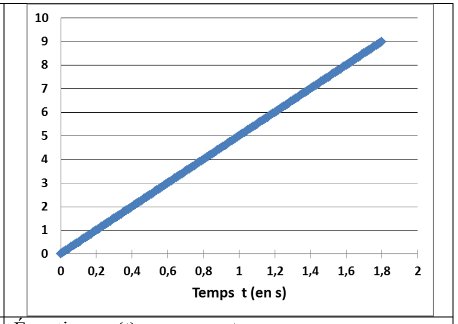
1.1.4 : On remplace l´expression $t = \dfrac{x}{Vo \times \cos\alpha}$ dans l´équation horaire de y pour obtenir :

$$y(x) = -\frac{g \times x^2}{2 \times V_0^2 \times (\cos\alpha)^2} + \tan\alpha \times x$$

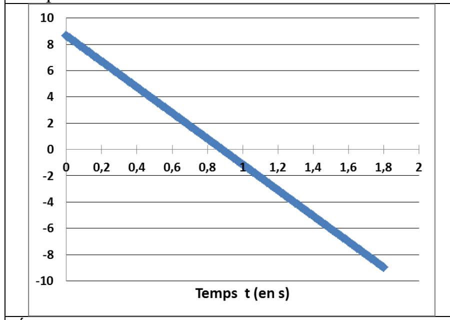
1.1.5 :



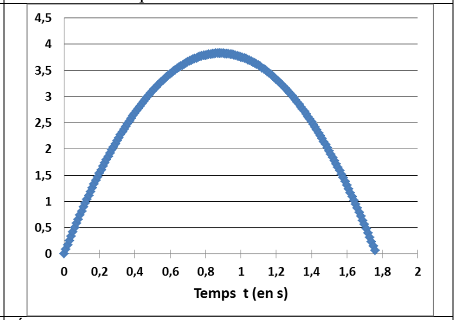
Équation : **$v_x(t) = v_0.\cos\alpha$**
Justification : le graphe est une droite horizontale. Seule la composante v_x est constante au cours du temps.



Équation : **$x(t) = v_0.\cos\alpha.t$**
Justification : le graphe est une droite passant par l'origine. Seule la composante x(t) est une fonction linéaire du temps.



Équation : **$v_y(t) = -\ g.t + v_0.\sin\alpha$**
Justification : le graphe est une droite décroissante, donc son coefficient directeur est négatif. Seule la composante v_y est une fonction affine avec un coefficient directeur négatif (– g).



Équation : **$y(t) = -\ ½.g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t$**
Justification : le graphe est une parabole de concavité tournée vers le bas. Seule la composante y(t) est une fonction parabolique du temps.

1.2 : Une chandelle réussie.

1.2.1 : Lorsque le ballon touche le sol, y(t) = 0

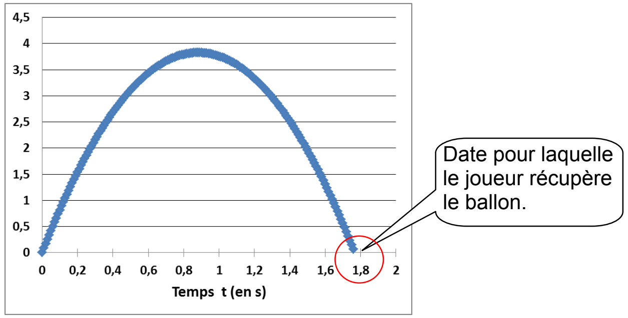
soit : $-\dfrac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0.\sin\alpha.t = 0$ donc $\left(-\dfrac{1}{2} g \cdot t + v_0.\sin\alpha\right).t = 0$

La solution t = 0 correspond au moment où le ballon est frappé par le rugbyman à l'origine du repère. La solution $-\dfrac{1}{2} g \cdot t + v_0.\sin\alpha = 0$ correspond à la date pour laquelle le joueur récupère le ballon :

$-\dfrac{1}{2} g \cdot t + v_0.\sin\alpha = 0$ soit $\dfrac{1}{2} g \cdot t = v_0.\sin\alpha$ d'où : $\boxed{t = \dfrac{2.v_0.\sin\alpha}{g}}$

$t = \dfrac{2 \times 10 \times \sin(60)}{9{,}81}$ = **1,8 s.**

On vérifie bien sur le graphe y(t) la valeur obtenue par calcul :



1.2.2 :

Méthode 1 : Pour que la chandelle soit réussie, la vitesse v_1 du joueur doit être égale à la composante horizontale v_x de la vitesse du ballon soit :

$$v_1 = v_0.\cos\alpha$$

$$v_1 = 10{,}0\times\cos(60) = \mathbf{5{,}0\ m.s^{-1}}$$

Méthode 2 : Pendant la durée t = 1,8 s du vol du ballon, le joueur parcourt la distance $d = x_{(t=1,8\ s)}$:

$$x(t) = v_0.\cos\alpha.t$$

$$d = 10{,}0\times\cos(60)\times1{,}8 = 9{,}0\ m$$

La vitesse v_1 du joueur est alors : $v_1 = \dfrac{d}{t}$ soit : $v_1 = \dfrac{9{,}0}{1{,}8} = \mathbf{5{,}0\ m.s^{-1}}$.

1.2.3 : Lorsque la hauteur maximale est atteinte, le vecteur vitesse est horizontal, donc : $V_y=0$.

$$-g\times t_h + V_0\times\sin\alpha = 0$$

$t_h = \dfrac{Vo\times\sin\alpha}{g}$ on remplace cette expression dans l´équation horaire: $y(t) = -\dfrac{1}{2}g\times t^2 + V_0\times\sin\alpha\times t$

On a :

$$h_{\max} = -\frac{1}{2}g\times\left(\frac{Vo\times\sin\alpha}{g}\right)^2 + V_0\times\sin\alpha\times\left(\frac{Vo\times\sin\alpha}{g}\right)$$

$$h_{\max} = -\frac{1}{2}\times\frac{(Vo\times\sin\alpha)^2}{g} + \frac{(Vo\times\sin\alpha)^2}{g}$$

On factorise : $h_{\max} = \dfrac{(Vo\times\sin\alpha)^2}{g}\times(1-\dfrac{1}{2}) = \dfrac{(Vo\times\sin\alpha)^2}{g}\times\dfrac{1}{2}$

On a bien : $h_{\max} = \dfrac{V_0^2\times(\sin\alpha)^2}{2\times g}$

1.2.4 : Application numérique :

$$h_{\max} = \frac{10{,}0^2\times(\sin 60)^2}{2\times9{,}81} = 3{,}8m$$

On retrouve bien cette valeur dans le graphique →