MOUVEMENTS ET INTERACTIONS

CHAPITRE 13 DU LIVRE

Physique Chimie | 06

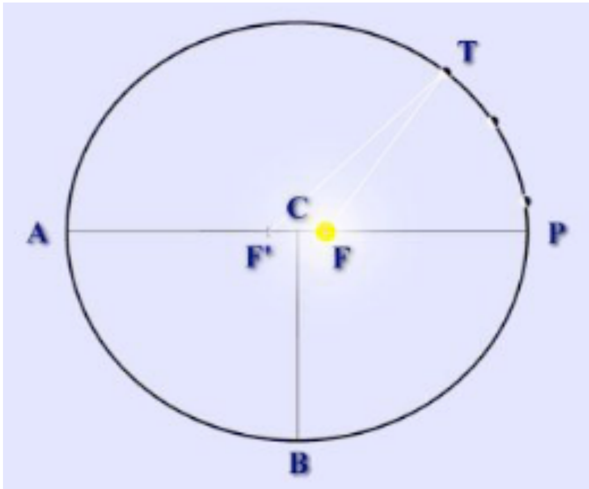
Notions abordées en classe de première et de seconde:

Trajectoire de la Terre dans un référentiel fixe par rapport aux étoiles, conception géocentrique et conception héliocentrique, référentiel géocentrique, trajectoire de la Lune. Expression de la force gravitationnelle.

PREMIÈRE PARTIE: LES TROIS LOIS DE KEPLER

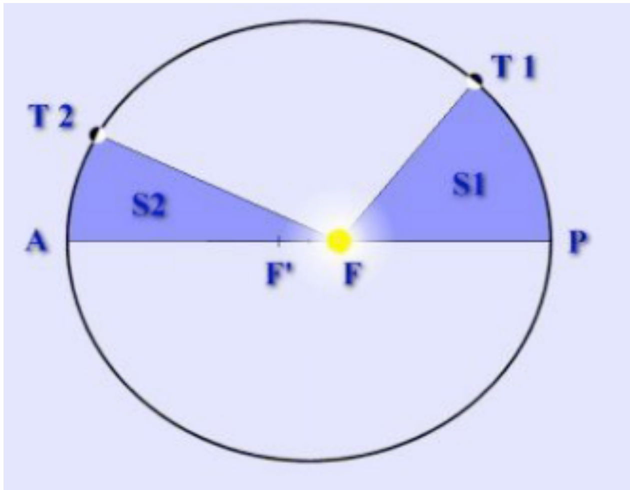
PREMIERE LOI (1609)**:**

Les planètes orbitent autour du Soleil en suivant une trajectoire en forme d´ellipse dont le Soleil occupe un des foyers.



F et F' : les deux foyers de l'ellipse. Le Soleil est en F.
C : Centre géométrique de l'ellipse
P : Périhélie   A : Aphélie
T : Terre comme exemple
Deux grandeurs définissent la forme de l'ellipse : son demi grand axe : AC ou CP = a et son excentricité : e = CF / a

DEUXIEME LOI (loi des aires)**:**



Les planètes balayent des aires égales en des temps égaux.

Cette loi traduit la variation de la vitesse sur l´ellipse. La planète se déplace plus rapidement

Remarque: si la trajectoire est un cercle, la vitesse de la planète est constante.

TROISIEME LOI (1618)**:**

Pour toutes les planètes, le rapport du carré des périodes de révolution au cube du demi grand axe de l'orbite est constant.

....
....
....

$$\frac{T^2}{a^3} = K$$

Ce nombre est le même pour toutes les planètes du système solaire

....
....
....

Remarques :
- Le demi grand axe (AC sur le premier schéma) devient le rayon de l´orbite si celle-ci est un cercle.
- Il n´est pas obligatoire de convertir T en secondes et a en mètres. Il suffit que les unités soient cohérentes entre elles.

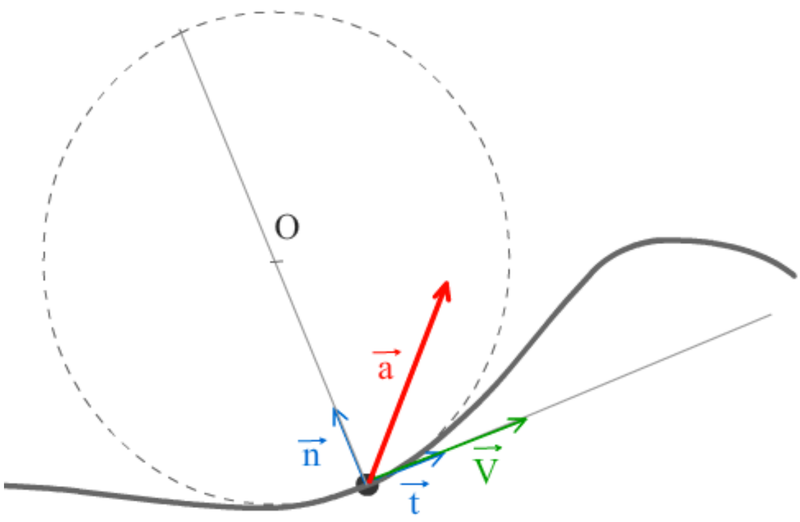
✐ ***APPLICATION:*** *À l´aide de la troisième loi de Kepler et des données, déterminez la période de révolution de Jupiter et de Saturne.*

Données :
Terre : $T_T = 1{,}00\,an$, $r_T = 1{,}50 \times 10^8\,km$ *(rayon de l´orbite).*
Saturne : $r_S = 1{,}43 \times 10^9\,km$ *Jupiter :* $r_J = 7{,}78 \times 10^8\,km$

....
....
....
....
....
....

DEUXIÈME PARTIE: LES LOIS DE NEWTON APPLIQUEES AUX ORBITES CIRCULAIRES

1) **La base de Frénet:** Comment décrire le mouvement d´un objet sur une trajectoire curviligne?



L´objet représenté sur le schéma ci-dessous suit une trajectoire curviligne. On définit la base de FRENET par son centre (la position de l´objet), le vecteur unitaire $\vec{t}$ tangent à la trajectoire et le vecteur $\vec{n}$ perpendiculaire et dirigé vers le point O, le centre du rayon de courbure (cercle pointillé de rayon r).

Remarque: Les vecteurs $\vec{t}$ et $\vec{n}$ sont parfois appelés $\vec{u}_t$ et $\vec{u}_n$

On remarque immédiatement que le vecteur vitesse $\vec{V}$ est tangent à la trajectoire et donc colinéaire à $\vec{t}$
Le vecteur accélération n´étant pas encore connu, il est dessiné ici "au hasard".

Expression du vecteur vitesse dans la base de FRENET:

$$\vec{V}\left|\begin{array}{l} V_t = V \\ V_n = 0 \end{array}\right.$$

$\vec{V}$ est colinéaire à $\vec{t}$

$\vec{V}$ est perpendiculaire à $\vec{n}$

Expression du vecteur accélération dans la base de FRENET:

$$\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_t = \dfrac{dV}{dt} \\ a_n = \dfrac{V^2}{r} \end{array}\right.$$

Nous ne démontrerons pas ces deux expressions établies par le mathématicien Jean Frédéric FRENET.
On se contente de les retenir.

r est le rayon du cercle pointillé

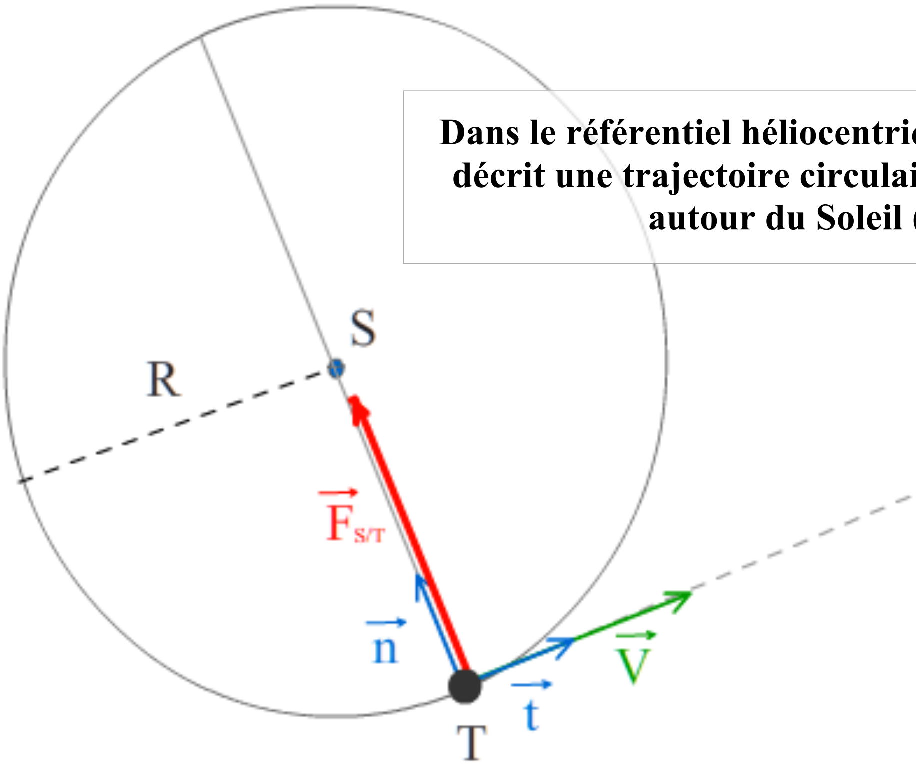
La base de FRENET va grandement faciliter l´étude du mouvement des planètes dans le cadre de la deuxième loi de NEWTON que nous allons réaliser maintenant...

2) <u>Référentiel et bilan des forces:</u> Comment décrire le mouvement d´un objet sur une trajectoire curviligne?

Dans cette étude, nous prendrons l´exemple du mouvement de la Terre autour du Soleil que nous considérerons **toujours comme circulaire**.

Le référentiel d´étude est héliocentrique.

Dans le référentiel héliocentrique, la Terre (T) décrit une trajectoire circulaire (de rayon R) autour du Soleil (S).



Bilan des forces: La Terre de masse M_T n´est soumise qu´à la force gravitationnelle $\vec{F}_{S/T}$ que le Soleil de masse M_S exerce sur elle. Cette force attractive est représentée sur le schéma. Remarquons tout de suite qu´elle est colinéaire à $\vec{n}$.

Cette force étudiée en classe de seconde s´écrit vectoriellement:

$$\vec{F}_{S/T} = G \times \frac{M_S \times M_T}{R^2} \times \vec{n}$$

G est la constante de gravitation universelle: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

3) Expression de l´accélération:

Dans le référentiel héliocentrique, on peut appliquer la **deuxième loi de Newton** à la Terre pour trouver l'expression du vecteur accélération:

....

....

....

....

....

Première conséquence:
On remarque tout de suite que le vecteur accélération de la Terre est colinéaire à $\vec{n}$ (vous

pouvez le représenter sur le schéma). Il est donc toujours dirigé vers le Soleil, on dit qu´il est **centripète.**

Or, dans la base de FRENET, le vecteur accélération s´écrit: $\vec{a} \left| \begin{array}{l} a_t = \dfrac{dV}{dt} \\ a_n = \dfrac{V^2}{R} \end{array} \right.$

Comme l´accélération est centripète : a_t=0 donc : $a_t = \dfrac{dV}{dt} = 0$

Conséquence: La norme du vecteur vitesse de la Terre (V) est constante donc le mouvement est uniforme.

L´accélération de la Terre s´écrit donc: $a = a_n = \dfrac{V^2}{R}$

✎ Représentez sans souci d´échelle le vecteur accélération sur le schéma de la page précédente.

4) Expression de la vitesse de la Terre sur son orbite:

Nous venons de voir que l´accélération étant centripète, elle se réduit à sa composante normale : $a = a_n = \dfrac{V^2}{R}$

Or, la norme du vecteur accélération s´écrit: $a = G \times \dfrac{M_S}{R^2}$ (n est un vecteur de norme 1, on peut "enlever les flèches").

On en déduit l' expression de la vitesse de la Terre:

....

....

....

....

✎ APPLICATION: *Montrez que la vitesse de la Terre sur son orbite est d´environ 30km/s*

$M_S = 2{,}0 \times 10^{30}\,kg$, $R = 1{,}50 \times 10^{8}\,km$ *(rayon de l´orbite à convertir en mètre!).*

$G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,SI$

....

....

....

....

....

5) Expression de la période de révolution de la Terre:

La vitesse de la Terre sur son orbite étant constante, elle est égale à la distance à parcourir pour faire un tour (le périmètre du cercle: $2\Pi \times R$) divisée par le temps pour faire un tour (T, la période que nous cherchons), on peut donc écrire:

$V = \frac{2\Pi \times R}{T}$ donc la période s´écrit: $T = \frac{2\Pi \times R}{V}$

Si on remplace dans cette formule l´expression de V trouvée plus haut on trouve l'expression de la période:

....

....

....

....

> ✐ **APPLICATION:** Montrez que la période de révolution de la Terre est d´un an.
> $M_S = 2{,}0 \times 10^{30} kg$, $R = 1{,}50 \times 10^{8} km$ (Rayon de l´orbite à convertir en mètre!).
> G=$6{,}67 \times 10^{-11}$SI
>
> ....
>
> ....
>
> ....
>
> ....
>
> ....

Dernière remarque d´importance!

En élevant l´expression de la période au carré on a: $T^2 = \frac{4\Pi^2 \times R^3}{G \times Ms}$

Qui peut s´écrire: $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_S}$

Que remarque-t-on? Le **rapport du carré de la période de révolution au cube du rayon de l'orbite est constant.**

> **La deuxième loi de Newton nous permet de démontrer la troisième loi de Kepler**
> (dans le cas des orbites circulaires)**!**